UNIVERSITE OUAGA I
Pr Joseph KI-ZERBO
Office du Baccalauréat
....
Série G2

Année 2017
Session Normale
Epreuve du 1er tour
Durée : 2 heures
Coefficient : 03

EPREUVE DE MATHEMATIQUES GENERALES

Cette épreuve comporte une (1) page
(La calculatrice n'est pas autorisée)

Exercice (8 points)

Un jeu consiste à lancer deux dés identiques et parfaitement symétriques. Chaque dé est numéroté de 1 à 6. Le joueur mise 100 F et lance les deux dés.

S'il sort deux numéros identiques différents de 6, il gagne 500 F.

S'il sort deux numéros 6, il gagne 1 000F.

S'il sort deux numéros différents il perd sa mise.

1) Déterminer à l'aide d'un tableau l'univers Ω des cas possibles puis préciser card Ω. **(3,5 points)**
2) Calculer la probabilité P_1 pour que le joueur gagne 400 F. **(1,5 point)**
3) Calculer la probabilité P_2 pour qu'il gagne 900 F. **(1,5 point)**
4) Calculer la probabilité P_3 pour qu'il perde sa mise. **(1,5 point)**

Problème (12 points)

La fonction f est définie par : $f(x) = \frac{x}{x+1} + ln(x+1)$ et (C) est sa courbe représentative dans un repère orthonormal $(O, \vec{i}, \vec{j})$. (Unité : 2 cm).

1) Montrer que l'ensemble de définition de f est $D_f =]-1; +\infty[$. **(0,5 point)**
2) a) Calculer $\lim\limits_{\substack{x \to -1 \\ x > -1}} \frac{x}{x+1}$ et $\lim\limits_{\substack{x \to -1 \\ x > -1}} ln(x+1)$ et en déduire que $\lim\limits_{\substack{x \to -1 \\ x > -1}} f(x) = -\infty$.

Quelle conséquence graphique peut-on en tirer ?

b) Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{x}{x+1}$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} ln(x+1)$.

En déduire la limite de f en $+\infty$.

3) Soit f' la fonction dérivée de f.

a) Calculer $f'(x)$ puis vérifier que $f'(x) = \frac{x+2}{(x+1)^2}$ pour tout $x \in]-1; +\infty[$. **(1 point)**

b) Etudier le signe de $f'(x)$. **(0,5 point)**

c) En déduire le sens de variation de f et dresser son tableau de variation. **(1 point)**

4) Déterminer une équation de la tangente (T) à (C) au point d'abscisse $x_o = 0$.
5) Tracer la tangente (T), la courbe (C) et son asymptote. **(1,5 point)**

On donne $f(-\frac{1}{2}) = -1,7$; $f(1) = 1,2$ et $f(3) = 2,14$.

6) Soit α un réel tel que $-1 < \alpha < 0$.

a) Montrer que pour tout $x \in]-1; +\infty[$ on a $\frac{x}{x+1} = 1 - \frac{1}{x+1}$. **(0,5 point)**

En déduire une primitive G sur $]-1; +\infty[$ de la fonction $g : x \longmapsto \frac{x}{x+1}$.

b) Soit $H : x \longmapsto (x+1)ln(x+1) - x + 1$.

Calculer $H'(x)$ pour tout $x \in]-1; +\infty[$. **(1,5 point)**

En déduire que $\int_\alpha^o ln(x+1)dx = -\alpha ln(\alpha+1) + \alpha - ln(\alpha+1)$. **(0,5 point)**

c) En déduire en cm^2, l'aire $A(\alpha)$ du domaine plan délimité par l'axe des abscisses, la courbe (C) et les droites d'équations $x = \alpha$ et $x = 0$.

d) Calculer $\lim\limits_{\substack{\alpha \to -1 \\ \alpha > -1}} A(\alpha)$. **(0,5 point)**

Fin