UNIVERSITE OUAGA I
Pr Joseph KI-ZERBO
Office du Baccalauréat

Séries F1-F2-F3-F4

Année 2019
Session Normale
Epreuve du 1er tour
Durée : 4 heures
Coefficient : 5

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

Les calculatrices ne sont pas autorisées.
Cette épreuve comporte deux (2) pages

Exercice 1 (4 points)

Le tableau suivant donne huit (8) prises de poids (en kg) d'un nouveau né en fonction de son âge (en jours).

Âge (jours) x_i	4	6	11	13	17	19	21	25
Poids (kg) y_i	3,4	3,8	3,82	3,9	4	4,2	4,3	4,5

1) a) Représenter le nuage de points associé à la série (x_i, y_i) dans un repère orthogonal. (0,5 point)
- Sur l'axe des abscisses, on prendra 1cm pour 2 jours
- Sur l'axe des ordonnées, on prendra 2cm pour 1kg.

b) Un ajustement linéaire du nuage de points paraît-il raisonnable ? Justifier. (0,5 point)

2) On désigne par G_1 le point moyen des quatre premiers points et par G_2 celui des autres points.
a) Calculer les coordonnées de G_1et G_2. (0,5 point +0,5 point)
b) Déterminer une équation réduite de $(G_1\ G_2)$. (0,5 point)
c) Tracer $(G_1\ G_2)$ dans le repère. (0,5 point)

3) On suppose que l'évolution du poids du nouveau né reste la même au cours des prochains jours.
a) Quel est le poids du nouveau né au douzième jour de sa vie ? (0,5 point)
b) A partir de quel jour, le poids du nouveau-né sera-t-il strictement supérieur au double de celui du sixième jour ? (0,5 point)

Exercice 2 (4 points)

L'espace est rapporté à un repère orthonormal $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. On considère les points $A(3,0,0)$; $B(0,3,0)$ et $C(-1,2,4)$.

1) Déterminer les coordonnées du point D tel que $ABCD$ soit un parallélogramme. (0,5 point)

2) a) Calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$. (0,5 point)
b) En déduire l'aire du parallélogramme $ABCD$. (0,5 point)

3) a) Calculer $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{BC}$. (0,5 point)
b) En déduire la nature exacte du parallélogramme $ABCD$. (0,5 point)

4) a) Calculer la distance d en unité de longueur du point O au plan P passant par A, B, C et D. (0,5 point)
b) En déduire que O n'est pas élément de P. (0,5 point)

5) Calculer le volume v en unité de volume, de la pyramide de sommet O et de base $ABCD$. (0,5 point)

Problème (12 points)

L'objet de ce problème est l'étude de la fonction f définie sur $]0;+\infty[$ par :

$$f(x) = -\frac{1}{2}x - \frac{1+\ln x}{x}.$$

On note $(\mathcal{E})$ la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormal $(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$ d'unité graphique 1 cm. On note f' la dérivée de f.

Partie A (2 points)

On donne la fonction V définie sur $]0.+\infty[$ par $V(x) = x^2 - 2\ln x$.

1) Etudier le sens de variation de V puis dresser son tableau de variation. (1,5 points)

2) En déduire le signe de V sur $]0;+\infty[$. (0,5 point)

Partie B (6 points)

1) a) Calculer les limites de f en 0 et en $+\infty$. (0,25 point + 0,25 point)
Interpréter graphiquement les résultats. (0,25 point).

b) Démontrer que pour tout $x \in]0;+\infty[$; $f'(x) = -\frac{V(x)}{2x^2}$. (0,5 point)

c) En déduire le sens de variation de f puis dresser son tableau de variation.
(0,75 point + 0,5 point)

2) Démontrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une seule solution α dans l'intervalle $]0;+\infty[$ et vérifier que $0,34 < \alpha < 0,35$ (0,5 point + 0,5 point).

3) a) Démontrer que la droite (D) d'équation $y = -\frac{1}{2}x$ est une asymptote oblique à $(\mathcal{E})$ au voisinage de $+\infty$. (0,5 point)

b) Etudier la position relative de $(\mathcal{E})$ par rapport à (D). (0,5 point)

c) Démontrer qu'il existe un et un seul point A où la tangente (T) à $(\mathcal{E})$ est parallèle à (D).
(0,5 point)

4) Tracer la courbe $(\mathcal{E})$ et les droites (D) et (T). (0,5 point + 0,25 point + 0,25 point)

Partie C (4 points)

Soit la suite (x_n) définie par $x_n = e^{\frac{n-2}{2}}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

1) a) Montrer que (x_n) est une suite géometrique dont on précisera la raison et le premier terme.
(1 point)

b) Donner le sens de variation de la suite (x_n). (0,5 point)

2) Pour tout entier naturel n, on pose : $A_n = \displaystyle\int_{x_n}^{x_{n+1}} \left[-\tfrac{1}{2}x - f(x)\right] dx$.

a) Interpréter géométriquement A_n. (0,5 point)

b) Démontrer que $A_n = \frac{2n+1}{8}$; puis en déduire que (A_n) est une suite arithmétique dont on précisera la raison et le premier terme. (1 point + 0,5 point + 0,5 point)

On donne : $\ln(0,34) \simeq -1,07$; $\ln(0,35) \simeq -1,04$; $\ln 2 \simeq 0,69$; $\ln 3 \simeq 1,09$; $\ln 5 \simeq 1,60$.

Fin