

UNIVERSITE OUAGA I
Pr Joseph KI-ZERBO
Office du Baccalauréat

Année 2019
Session Normale
Epreuve du 1er tour
Durée : 4 heures
Coefficient : 5

Séries F1-F2-F3-F4

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

Les calculatrices ne sont pas autorisées.
Cette épreuve comporte deux (2) pages

Exercice 1 (4 points)

Le tableau suivant donne huit (8) prises de poids (en kg) d'un nouveau né en fonction de son âge (en jours).

Âge (jours) x_i	4	6	11	13	17	19	21	25
Poids (kg) y_i	3,4	3,8	3,82	3,9	4	4,2	4,3	4,5

- 1) a) Représenter le nuage de points associé à la série (x_i, y_i) dans un repère orthogonal. (0,5 point)
 - Sur l'axe des abscisses, on prendra 1cm pour 2 jours
 - Sur l'axe des ordonnées, on prendra 2cm pour 1kg.
 b) Un ajustement linéaire du nuage de points paraît-il raisonnable ? Justifier. (0,5 point)
- 2) On désigne par G_1 le point moyen des quatre premiers points et par G_2 celui des autres points.
 - a) Calculer les coordonnées de G_1 et G_2 . (0,5 point +0,5 point)
 - b) Déterminer une équation réduite de $(G_1 G_2)$. (0,5 point)
 - c) Tracer $(G_1 G_2)$ dans le repère. (0,5 point)
- 3) On suppose que l'évolution du poids du nouveau né reste la même au cours des prochains jours.
 - a) Quel est le poids du nouveau né au douzième jour de sa vie ? (0,5 point)
 - b) A partir de quel jour, le poids du nouveau-né sera-t-il strictement supérieur au double de celui du sixième jour ? (0,5 point)

Exercice 2 (4 points)

L'espace est rapporté à un repère orthonormal $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. On considère les points $A(3, 0, 0)$; $B(0, 3, 0)$ et $C(-1, 2, 4)$.

- 1) Déterminer les coordonnées du point D tel que $ABCD$ soit un parallélogramme. (0,5 point)
- 2) a) Calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$. (0,5 point)
- b) En déduire l'aire du parallélogramme $ABCD$. (0,5 point)
- 3) a) Calculer $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC}$. (0,5 point)
- b) En déduire la nature exacte du parallélogramme $ABCD$. (0,5 point)
- 4) a) Calculer la distance d en unité de longueur du point O au plan P passant par A, B, C et D . (0,5 point)
- b) En déduire que O n'est pas élément de P . (0,5 point)
- 5) Calculer le volume v en unité de volume, de la pyramide de sommet O et de base $ABCD$. (0,5 point)

Problème (12 points)

L'objet de ce problème est l'étude de la fonction f définie sur $]0; +\infty[$ par :

$$f(x) = -\frac{1}{2}x - \frac{1 + \ln x}{x}.$$

On note (\mathcal{E}) la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormal (O, \vec{i}, \vec{j}) d'unité graphique 1 cm. On note f' la dérivée de f .

Partie A (2 points)

On donne la fonction V définie sur $]0; +\infty[$ par $V(x) = x^2 - 2 \ln x$.

- 1) Etudier le sens de variation de V puis dresser son tableau de variation. (1,5 points)
- 2) En déduire le signe de V sur $]0; +\infty[$. (0,5 point)

Partie B (6 points)

- 1) a) Calculer les limites de f en 0 et en $+\infty$. (0,25 point + 0,25 point)
Interpréter graphiquement les résultats. (0,25 point)
- b) Démontrer que pour tout $x \in]0; +\infty[$; $f'(x) = -\frac{V(x)}{2x^2}$. (0,5 point)
- c) En déduire le sens de variation de f puis dresser son tableau de variation. (0,75 point + 0,5 point)
- 2) Démontrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une seule solution α dans l'intervalle $]0; +\infty[$ et vérifier que $0,34 < \alpha < 0,35$ (0,5 point + 0,5 point).
- 3) a) Démontrer que la droite (D) d'équation $y = -\frac{1}{2}x$ est une asymptote oblique à (\mathcal{E}) au voisinage de $+\infty$. (0,5 point)
- b) Etudier la position relative de (\mathcal{E}) par rapport à (D) . (0,5 point)
- c) Démontrer qu'il existe un et un seul point A où la tangente (T) à (\mathcal{E}) est parallèle à (D) . (0,5 point)
- 4) Tracer la courbe (\mathcal{E}) et les droites (D) et (T) . (0,5 point + 0,25 point + 0,25 point)

Partie C (4 points)

Soit la suite (x_n) définie par $x_n = e^{\frac{n-2}{2}}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

- 1) a) Montrer que (x_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme. (1 point)
- b) Donner le sens de variation de la suite (x_n) . (0,5 point)
- 2) Pour tout entier naturel n , on pose : $A_n = \int_{x_n}^{x_{n+1}} \left[-\frac{1}{2}x - f(x)\right] dx$.
 - a) Interpréter géométriquement A_n . (0,5 point)
 - b) Démontrer que $A_n = \frac{2n+1}{8}$; puis en déduire que (A_n) est une suite arithmétique dont on précisera la raison et le premier terme. (1 point + 0,5 point + 0,5 point)

On donne : $\ln(0,34) \simeq -1,07$; $\ln(0,35) \simeq -1,04$; $\ln 2 \simeq 0,69$; $\ln 3 \simeq 1,09$; $\ln 5 \simeq 1,60$.

Fin