

UNIVERSITE Joseph KI-ZERBO

Office du Baccalauréat

.....
Série A4

Année 2021

Session Normale

Epreuve du 1er tour

Durée : 3 heures

Coefficient : 03

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

Cette épreuve comporte deux (2) pages
(Les calculatrices ne sont pas autorisées)

Exercice 1 (5,5 points)

- 1) On considère le polynôme : $P(x) = 2x^3 + 3x^2 - 5x - 6$.
 - a) Calculer $P(-1)$. (0,25 point)
 - b) Déterminer les réels a, b et c tels que $P(x) = (x + 1)(ax^2 + bx + c)$. (0,75 point)
- 2) Soit le polynôme $g(x) = (x + 1)(2x^2 + x - 6)$
 - a) Développer $g(x)$. (0,25 point)
 - b) Résoudre dans \mathbb{R} , l'équation $g(x) = 0$. (0,5 point)
 - c) En déduire la résolution dans \mathbb{R} de :
 - (i) $\ln x + \ln(2x + 1) = \ln 6$. (0,75 point)
 - (ii) $\ln x^2 + \ln(2x + 3) \leq \ln(5x + 6)$. (1 point)
 - (iii) $2(\ln x)^2 + 3 \ln x - 5 = \frac{6}{\ln x}$. (1 point)
- 3) a) Résoudre dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ le système d'équations

$$\begin{cases} 4x + y = 6 \\ 3x - 2y = -1 \end{cases} \quad (0,5 \text{ point})$$
 - b) En déduire la résolution du système d'équations

$$\begin{cases} 4e^x + e^y = 6 \\ 3e^x - 2e^y = -1 \end{cases} \quad (0,5 \text{ point})$$

Exercice 2 (4,5 points)

Le tableau suivant donne la consommation mensuelle du riz local, en kilogramme de 110 familles dans une localité du Burkina Faso.

Consommation (en kg)	[120, 125[[125, 130[[130, 135[[135, 140[[140, 145[[145, 150[
Nombre de familles	7	11	42	17	24	9

- 1) Quelle est la population étudiée ? (0,5 point)
- 2) Quel est le caractère étudié et quelle est sa nature ? (1 point)
- 3) Déterminer le nombre de familles dont la consommation mensuelle :
 - a) est moins de 140 kg. (0,5 point)
 - b) est d'au moins 135 kg. (0,5 point)
 - c) appartient à l'intervalle [135, 145[. (0,5 point)
- 4) Déterminer la classe modale de cette série statistique. (0,5 point)
- 5) Calculer la consommation mensuelle moyenne de cette série statistique. (1 point)

Problème (10 points)

Soit f la fonction numérique de la variable x définie sur $\mathbb{R} \setminus \{2\}$

par : $\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{2\}, f(x) = \frac{x^2 - 4x + 3}{2 - x}$.

On désigne par (C) la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormal (O, \vec{i}, \vec{j}) , unité graphique 1 cm.

- 1) a) Calculer les limites de f aux bornes de son domaine de définition. (1 point)
 b) Déterminer les réels a, b et c tels que $f(x) = ax + b + \frac{c}{2 - x} \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{2\}$. (1 point)
- 2) a) Montrer que la droite (D) d'équation $y = -x + 2$ est une asymptote à (C) à l'infini. Préciser la position de (C) par rapport à (D) . (1,5 point)
 b) Montrer qu'il y a une deuxième asymptote et préciser son équation. (0,5 point)
 c) Montrer que le point $I(2; 0)$ est un centre de symétrie à (C) . (0,5 point)
- 3) a) Calculer $f'(x)$ pour tout $x \in \mathbb{R} \setminus \{2\}$ et montrer que $\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{2\}, f'(x) = \frac{-x^2 + 4x - 5}{(2 - x)^2}$. (1 point)
 b) Étudier le signe de $f'(x)$. (1 point)
 c) Donner le sens de variation de f et dresser son tableau de variation. (1 point)
 d) Déterminer les points d'intersection de (C) avec les axes de coordonnées. (0,5 point)
- 4) Construire la courbe (C) et ses asymptotes dans le repère (O, \vec{i}, \vec{j}) . (2 points)

Fin