**UNIVERSITE OUAGA I**
**Pr Joseph KI-ZERBO**
**Office du Baccalauréat**
**.....................**
**Série A4**

**Année 2018**
**Session Normale**
**Epreuve du 1er tour**
**Durée : 3 heures**
**Coefficient : 03**

# EPREUVE DE MATHEMATIQUES

Cette épreuve comporte deux (2) pages
*(Les calculatrices ne sont pas autorisées)*

## EXERCICE 1 (4 points)

On considère la suite $(\mathrm{U}_n)$ définie pour tout entier naturel $n$ par

$$\begin{cases} \mathrm{U}_0 & = & 3 \\ 2\mathrm{U}_{n+1} & = & \mathrm{U}_n + 2. \end{cases}$$

1) Calculer $\mathbf{U}_1$ et $\mathbf{U}_2$. **(0,5 point)**

2) Soit $(\mathbf{V}_n)$ la suite définie par $\mathbf{V}_n = \mathbf{U}_n - 2$ pour tout entier naturel $n$.

a) Montrer que $(\mathbf{V}_n)$ est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme. **(1 point)**

b) Exprimer $\mathbf{V}_n$ et $\mathbf{U}_n$ en fonction de $n$. **(1 point)**

3) On pose $S_n = V_0 + V_1 + ... + V_{n-1}$ et

$$S'_n = U_0 + U_1 + ... + U_{n-1}$$

Calculer $S_n$ et $S'_n$ en fonction de $n$. **(1,5 point)**

## EXERCICE 2 (5 points)

Une enquête portant sur l'âge d'un échantillon de cent (100) élèves ayant fréquenté la bibliothèque municipale d'une localité a donné les résultats regroupés dans le tablelau ci-dessous :

| Classes | Effectifs $n_i$ | Fréquences | Centres de classes $x_i$ | Produits $n_i\ x_i$ |
|---|---|---|---|---|
| [10; 12[ | 13 | | | |
| [12; 14[ | 18 | | | |
| [14; 16[ | 31 | | | |
| [16; 18[ | 26 | | | |
| [18; 20[ | 12 | | | |
| Total | 100 | | ////////////// | |

1) Reproduire et compléter le tableau **(3,75 points)**

2 a) Combien d'élèves ($N$) dont l'âge est compris entre 12 ans et 16 ans ont fréquenté la bibliothèque? (12 ans inclus et 16 ans exclus). **(0,25 point)**

b) Quel est le pourcentage des élèves ayant 16 ans et plus qui ont fréquenté la biblilothèque? **(0,25 point)**

3) Quelle est la classe modale de cette série statistique? Que signifie-t-elle? **(0,5 point)**

4) Calculer l'âge moyen des élèves ayant fréquenté la bibliothèque. **(0,25 point)**

**PROBLEME (11 points)**

Soit $f$ la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -e^x + 2x + 2$.

On désigne par $(C)$ la courbe représentative de $f$ dans le plan muni d'un repère orthonormal $(O; \vec{i}, \vec{j})$ (unité graphique : 2 cm).

1°) Calculer la limite de $f$ en $-\infty$. **(1 point)**

2°) a) Vérifier que pour tout $x \in \mathbb{R}^*$, $f(x) = 2 + x(2 - \frac{e^x}{x})$. **(0,5 point)**

b) Calculer alors la limite de $f$ en $+\infty$ (on donne $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty$). **(1 point)**

3) a) Montrer que la droite $(D)$ d'équation $y = 2x + 2$ est une asymptote oblique à $(C)$ en $-\infty$. **(1 point)**

b) Etudier la position relative de $(C)$ et $(D)$. **(0,5 point)**

4) a) Calculer la dérivée $f'(x)$ ou $f'$ est la fonction dérivée de $f$. **(1 point)**

b) Etudier le signe de $f'(x)$ et donner le sens de variation de $f$. **(2 points)**

c) Dresser le tableau de variation de $f$. **(1 point)**

5) a) Déterminer une équation de la tangente $(T)$ à la courbe $(C)$ au point d'abscisse $x_0 = 0$. **(1 point)**

b) Déterminer les coordonnées du point d'intersection de $(C)$ avec l'axe des ordonnées. **(0,5 point)**

6) Construire $(T)$, $(D)$ et $(C)$ dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$. **(1,5 point)**

. On donne : $\ln 2 = 0,7$

. On admettra que $f(\frac{-1}{2}) = 0$ ; $f(1,5) = 0$

*Fin*