BURKINA FASO

Unité – Progrès – Justice

SESSION DE 2021

FILIERES : - GENIE CIVIL
- GENIE ELECTRIQUE
- GENIE ENERGETIQUE
- GENIE MECANIQUE

SPECIALITES : TOUTES

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

(L'usage de la calculatrice scientifique non programmable est autorisé)

Durée : 3 heures
Coefficient : 03

Cette épreuve comporte deux (2) parties indépendantes à traiter obligatoirement.

PREMIERE PARTIE : (11 points)

Dans cette partie, I, II et III sont indépendants.

I. Pour chacune des questions suivantes, une seule des réponses proposées est exacte. Choisir la lettre correspondant à la bonne réponse. Sur votre copie, la réponse à la question sera de la forme : numéro de la question suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse.

1) Soit l'équation $(log x)^2 - 2log x = 0$. Quel est son ensemble de solution dans $\mathbb{R}$?
$a)\ \{0\,;2\}$; $b)\ \{0\ ;\ 10^2\}$; $c)\ \{1\ ;\ 10^2\}$; $d)\{10^2\}$ **(1pt)**

2) Soit $(U_n)_{n\geq 0}$ une suite arithmétique de premier terme $U_0 = 3$ et de raison $r = 2$. Quel est le 100e terme de la suite (U_n) ?
$a)\ 203$; $b)\ 302$; $c)\ 205$; $d) 201$ **(1pt)**

3) Soit le système (S) $\begin{cases} 2x - 3y + z = -1 \\ -x + y + 2z = 7 \\ 3x - 2y - z = -4 \end{cases}$. Quel est l'ensemble de solution du système dans $\mathbb{R}^3$? **(1pt)**
$a)\ \{(3\,;2\,;-1)\}$; $b)\ \{(3\,;2\,;4)\}$; $c)\ \{(-1\,;0\,;1)\}$; $d)\{(1\,;2\,;3)\}$

4) Soit $(V_n)_{n\geq 0}$ une suite géométrique de 1er terme $V_0 = \frac{1}{3}$ et de raison $q = 2$. Quelle est la valeur de la somme $S = V_0 + V_1 + \cdots V_9$? **(1pt)**
$a)\ \frac{511}{3}$; $b)\ \frac{1023}{3}$; $c)\ \frac{512}{3}$; $d)\frac{1024}{3}$

II. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $\sqrt{13 - 3x} \leq x - 1$. **(2pts)**

III. Une usine de fabrique de vélomoteur a ouvert ses portes en 2020. Sa production augmente de 5% chaque année. En 2020, l'usine a produit 6000 vélomoteurs.

On note $P_0 = 6000$. Po la production de l'année 2020.

On note P_n la production de l'année $2020 + n$, avec $n \in \mathbb{N}$.

1) Calculer les productions P_1 et P_2 respectivement de l'année de 2021 et de l'année 2022. **(1pt)**
2) Montrer que $P_{n+1} = 1{,}05\, P_n$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.
   En déduire la nature de la suite (P_n). **(2pts)**
3) Exprimer P_n en fonction de n. **(1pt)**
4) A partir de quelle année la production de cette usine sera-t-elle supérieure à 12000 vélomoteurs ? **(1pt)**
   On donne $log\ 1{,}05 = 0{,}021$.

DEUXIEME PARTIE **(09 points)**

On considère la fonction f définie sur $D =]-\infty\,; 1[\cup]1\,; +\infty[$ par :

$f(x) = \frac{x^2+3x}{2(x-1)}$.

Soit $(\mathcal{C})$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ d'unité 1 cm.

1) a) Calculer les limites de f aux bornes D. **(2pts)**

   b) En déduire que la courbe $(\mathcal{C})$ admet une asymptote dont on précisera l'équation. **(0,5pt)**

2) a) Montrer que la droite (Δ) d'équation $y = \frac{1}{2}x + 2$ est une asymptote oblique à $(\mathcal{C})$ en $-\infty$ et en $+\infty$. **(0,5pt)**

   b) Etudier les positions relatives de $(\mathcal{C})$ ~~à~~ et (Δ). **(0,5pt)**

3) Soit f' la fonction dérivée de f sur D.

   a) Calculer $f'(x)$ pour tout $x \in D$ puis montrer que $f'(x) = \frac{(x+1)(x-3)}{2(x-1)^2}$. **(1pt)**

   b) Déterminer le signe de $f'(x)$ pour tout $x \in D$ et en déduire le sens de variation de f sur D. **(1,5pt)**

   c) Dresser le tableau de variations de f. **(1pt)**

4) Déterminer les coordonnées des points d'intersection de $(\mathcal{C})$ avec les axes du repère. **(1pt)**

5) Construire la courbe $(\mathcal{C})$ et les asymptotes dans le repère. **(1pt)**